

UNIVERSIDAD COOPERATIVA DE COLOMBIA
PENSAMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO
MODULO I I : EL RAZONAMIENTO LÓGICO Y LAS DEMOSTRACIONES.

INTRODUCCION

El conocimiento, no puede convertirse en un conjunto de conceptos alojados en una conciencia abstracta; alejada de nuestra vida cotidiana o de situaciones que, aunque simples, no se apartan de la profundidad y de la práctica investigativa de carácter científico. Por el contrario, es de las situaciones simples desde donde parten grandes bases del desarrollo científico obtenido por la humanidad en los procesos históricos, es desde el pensamiento concreto que se trasciende a todos los tipos de conocimiento.

En este orden de ideas, Este módulo es una invitación de sus autores, para recrear y reconstruir los diferentes métodos de demostración utilizando las diferentes reglas de inferencia y las leyes de equivalencia que se descubrirán en un proceso donde se invita a ser un verdadero protagonista en la recreación de conceptos lógicos básicos para el análisis y demostración de cualquier teoría, a través de situaciones concretas y cotidianas. O de elementos funcionales como los invaluable Bloques lógicos.

OBJETIVOS

- Enunciar argumentaciones válidas, en el lenguaje ordinario y en cualquier ciencia del conocimiento diferenciando dichas argumentaciones de falacias y ambigüedades que pueden surgir de proposiciones en el lenguaje cotidiano.
- Determinar, en las Argumentaciones, los elementos básicos de la estructura Demostrativa.
- Mediante una situación en contexto, Recrear las reglas de inferencia y utilizar sus combinaciones en diferentes demostraciones.
- Retomar el recurso de los bloques lógicos para la reconstrucción de igualdades básicas en un proceso de demostración.

MAPA DE CONTENIDO

1. RAZONAMIENTO EN CONTEXTO
2. REGLAS DE INFERENCIA.
 - a. MODUS PONENS
 - b. MODUS TOLLENDI TOLLENS
 - c. MODUS TOLLENDI PONENS
 - d. SILOGISMO HIPOTÉTICO
 - e. SILOGISMO DISYUNTIVO
 - f. SIMPLIFICACIÓN DE LA CONJUNCIÓN
 - g. ADJUNCIÓN
3. LEYES DE EQUIVALENCIA
 - a. LEYES DE MORGAN
 - b. LEY CONMUTATIVA
 - c. LEY ASOCIATIVA
 - d. LEY DISTRIBUTIVA
 - e. LEY DEL CONTRARRECÍPROCO.

PREGUNTAS MÁS FRECUENTES

QUE ES UNA IMPLICACIÓN Y CUAL ES SU ESTRUCTURA?

Se le llama implicación a una proposición condicional Verdadera; una implicación esta estructurada por un antecedente y un consecuente con saber:

En la implicación: $P \Rightarrow Q$

P: Antecedente

Q: consecuente.

EN QUE CONSISTE UNA DEMOSTRACIÓN?

En el lenguaje de la lógica, el proceso demostrativo toma ciertas proposiciones dadas, llamadas premisas ó hipótesis para concluir de ellas otra proposición que llamaremos Tesis. Todo ello, mediante la aplicación de algunas reglas básicas.

QUE SON REGLAS DE INFERENCIA?

Son leyes que abrevian las demostraciones, convirtiéndose en parte fundamental de estas.

QUE ES UNA TEORÍA CONTRADICTORIA?

Proposición verdadera y falsa a la vez.

CUANDO UNA ARGUMENTACIÓN ES VÁLIDA?

Una argumentación es valida, cuando, por medio de un proceso de demostración se logra establecer que su valor de verdad es verdadero.

UNIVERSIDAD COOPERATIVA DE COLOMBIA
PENSAMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO
MODULO II: EL RAZONAMIENTO LÓGICO Y LAS DEMOSTRACIONES.

RAZONAMIENTO EN CONTEXTO.

A1

Analicemos la validez de las siguientes situaciones:

1. Paco: frutiño es el mejor refresco
Natalia: ¿Cómo lo sabes?
Paco: El mejor futbolista lo recomienda.
2. Lucas: tengo cáncer en la piel
Olga: ¿te lo dijo el médico?
Lucas: no hay necesidad, mi espalda tiene demasiados lunares.
3. Mariana: ¡¡ todos ganaremos el semestre!!
Juliana: ¿porqué lo afirmas?
Mariana: el Decano fue muy amable con nosotros en la inducción.

A2

Ahora, determinar la validez de las conclusiones, si las proposiciones previas son consideradas válidas:

1. Si Ganamos todos los parciales, entonces aprobamos la materia
Ganamos todos los parciales.
Conclusión: Aprobamos la materia.
2. Si se Bloqueó el P.C entonces compro computador
Conclusión a: Si compro computador entonces se me bloqueó el P.C.
Conclusión b: si no compro computador entonces no se me bloqueó el P.C
3. Si realizo el curso virtual, entonces seguiré estudiando.
Conclusión a: o no sigo estudiando o realizo el curso virtual
Conclusión b: Si no sigo estudiando, entonces realizo el curso virtual.
4. Voy a la Universidad

Trabajo en la mañana

Conclusión a: voy a la Universidad y trabajo en la mañana

Conclusión b: voy a la universidad o trabajo en la mañana

Conclusión c: si voy a la universidad entonces trabajo en la mañana.

5. Si voy a la Universidad entonces pasaré por el auditorio.

No voy a la Universidad.

Conclusión a.: no pasaré por el auditorio.

Conclusión b: iré a trabajar.

6. Realizo la actividad

Conclusión a: Realizo la actividad o juego fútbol

Conclusión b: Realizo la actividad y juego fútbol.

7. Si salimos entonces vamos a la Heladería

Si vamos a la heladería entonces tomamos un helado.

Conclusión: Salimos, entonces tomamos un helado.

8. Si el bloque es un círculo entonces puede ser azul.

Si el bloque es cuadrado entonces puede ser amarillo

El bloque es un círculo o es un cuadrado.

Conclusión: Puede ser Azul ó puede ser amarillo.

9. Obtendré Buenas notas o el curso quedará incompleto.

El curso no quedará incompleto

Conclusión: Obtendré buenas notas.

10. No Hay un bloque lógico que sea triángulo y cuadrado a la vez.

Conclusión: el bloque no es triángulo o no es cuadrado.

11. no es cierto que este bloque lógico sea cuadrado o sea triángulo

Conclusión: Este bloque lógico no es cuadrado y no es triángulo.

12. Estudio o trabajo.

Si estudio, entonces, realizaré la actividad.

Si trabajo, entonces, pedro descansará el domingo

Conclusión: Pedro descansará el domingo.

UNIVERSIDAD COOPERATIVA DE COLOMBIA

PENSAMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO

MODULO II : EL RAZONAMIENTO LÓGICO Y LAS DEMOSTRACIONES.

Con formato: Posición: Vertical:
-0,63 cm, Con relación a: Párrafo

Tabla con formato

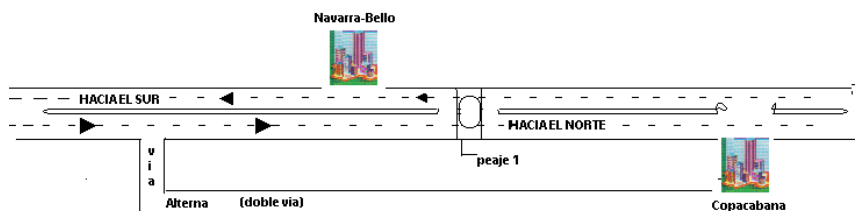
REGLAS DE INFERENCIA

DOBLE CALZADA BELLO-HATILLO.

Un proyecto vial, del Gobierno actual, es la habilitación de la doble calzada Bello –Hatillo (Antioquia) en la Autopista Norte. Para financiar el proyecto, se crearon 2 peajes en la Autopista: el primero de ellos, entre los municipios Antioqueños de Bello y Copacabana, donde se cobra solo a los vehículos particulares, una tarifa de 1700 pesos. El segundo peaje, se localiza entre los municipios de Giradota y Barbosa, con un costo mínimo de 6000 pesos. Para efectos de equidad, se tiene un sistema mediante el cual se descuentan los 1700 pesos a los vehículos particulares que deban pasar los 2 peajes, de tal forma que el pago mínimo real sea de 6000 pesos.

Oscar Villegas, es un educador que habita en El municipio de Bello, antes del primer peaje y ejerce su profesión en el municipio de Copacabana, antes del segundo peaje. Todas las mañanas, Oscar se desplaza en su vehiculo particular, desde Bello hasta su Institución Educativa y después de cumplir con su labor, Oscar tiene solo uno de los siguientes itinerarios: se dirige a la ciudad de Medellín, regresa a su hogar, continua hacia el municipio de Barbosa o permanece en Copacabana , con sus familiares, hasta el día siguiente, si es un día laboral. ¡ Que golpe para el presupuesto del Profe !.

Afortunadamente para él existe un desvío antes del Peaje, que también conduce a Copacabana; la situación se ilustra en el esquema siguiente:



REGLAS DE INFERENCIA

Sean las proposiciones:

P: Oscar se dirige a su Institución por la autopista.

Q: Oscar paga el primer peaje.

S: Oscar toma el desvío.

T: Oscar se dirige a su casa por la autopista

U: Oscar pagará 1700 pesos.

R: Oscar se ahorra 1700 Pesos

MODUS PONENS: (MP)

A3

En los casos numerados, realiza la lectura de las proposiciones planteadas y responde las preguntas formuladas, argumentando tus respuestas.

Ejemplo:

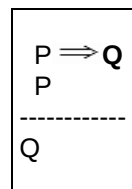
1. En cierto momento tenemos: $P \Rightarrow Q$; **dado ese momento, ¿ en que caso Ocurre Q ?**

Respuesta: Si realizamos la lectura gramatical de las proposiciones, Podemos concluir que Q ocurre (ó es cierta) cuando P ocurra.

2. En cierto momento tenemos: $P \Rightarrow Q$; **dado ese momento, ¿se podría concluir Que ocurre P cuando ocurra Q?**

Respuesta: ¡No! Oscar podría estar pagando el primer peaje sin ocurrir P, Por ejemplo si ocurre T.

Conclusión: si se tiene una implicación, el consecuente de esta implicación ocurre, cuando el antecedente ocurra.



A esta regla que acabamos de recrear se le denomina: **Modus Ponendo Ponens**

(modo que afirmando afirma).

MODUS TOLLENDI TOLLENS : (MTT)

3. En cierto momento tenemos: $P \Rightarrow Q$ ¿que pasa si no ocurre Q?

4. En cierto momento tenemos: $P \Rightarrow Q$ ¿puedo concluir que no ocurre Q
Cuando no ocurra P?

Conclusión:

Si se tiene una implicación, el antecedente no ocurrirá, cuando no ocurra el consecuente.

$P \Rightarrow Q$
No Q _____
No P

A esta regla que acabamos de recrear se le denomina: **Modus Tollendo Tollens**
(modo que negando niega).

MODUS TOLLENDI PONENS : (MTP)

5. En cierto momento tenemos: $Q \vee S$
¿Qué pasa con Q si no ocurre S ?
¿Qué pasa con S si no ocurre Q ?

Conclusión:

Dada una disyunción, en cierta demostración, si no ocurre una de las proposiciones, debe ocurrir la otra.

Q V S	Q V S
No Q	No S
S	Q

A esta regla que acabamos de recrear se le denomina: **Modus Tollendo Ponens** modo que negando Afirmo.)

SILOGISMO HIPOTÉTICO. (SH)

6. En cierto momento tenemos: $P \Rightarrow Q$ y además en ese momento se cumple:
 $Q \Rightarrow U$
 Construye una implicación que se cumpla como consecuencia lógica de Las dos anteriores.

7. A partir de la situación: “Doble Calzada Bello –Hatillo”, determina Tres implicaciones “entrelazadas” de forma semejante.

Conclusión:

Si tenemos un par de implicaciones, donde el consecuente de una de ellas es el antecedente de la otra, podemos concluir una tercera implicación entre el antecedente de la primera y el consecuente de la segunda.

$P \Rightarrow Q$
$Q \Rightarrow U$
$P \Rightarrow U$

Esta regla lógica, toma el nombre de **Silogismo Hipotético**.

SILOGISMO DISYUNTIVO

8. En cierto momento se cumple: $P \Rightarrow Q$; $S \Rightarrow R$; $P \vee S$
 ¿Qué otra disyunción se cumple efectivamente?

9. Determina 3 proposiciones semejantes A partir de la situación: “Doble Calzada Bello –Hatillo”.

Conclusión:

Si se cumplen 2 implicaciones y además la disyunción de sus antecedentes;
se cumple también la disyunción de sus consecuentes.

$P \Rightarrow Q$
$S \Rightarrow R$
$P \vee S$

$Q \vee R$

La regla lógica recreada es llamada: **Silogismo Disyuntivo**

SIMPLIFICACIÓN EN LA CONJUNCION :

También, De manera lógica, cuando ocurre una conjunción, deben ocurrir
cada una de las proposiciones que la conforman.

$P \wedge Q$

P
Q

ADJUNCIÓN:

10. si ocurre cualquier proposición; digamos : P ¿podremos concluir
Cualquier disyunción con P; en particular, $P \vee S$?.
Justifica tú Respuesta.

Conclusión:

Dada una proposición como cierta, cualquier disyunción que se construya
con esta proposición, será cierta, independiente del valor de verdad de la
otra proposición.

P

$P \vee S$

UNIVERSIDAD COOPERATIVA DE COLOMBIA

PENSAMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO

MODULO I I: EL RAZONAMIENTO LÓGICO Y LAS DEMOSTRACIONES.

EQUIVALENCIAS LÓGICAS:

EQUIVALENCIAS LÓGICAS:

A4.

Utilicemos de nuevo nuestros bloques lógicos:

Sea:

P = El bloque lógico es rojo (Rx en el módulo anterior)

Q = El bloque lógico es cuadrado (Cx en el módulo anterior)

R= El bloque lógico es Azul.

LEYES DE MORGAN

1. Dentro de un cordel, seleccionemos los bloques que **no** cumplan la Propiedad de ser rojos **o** cuadrados; Simbólicamente:

$$\text{no } (P \vee Q)$$

Seleccionemos Ahora, los bloques que no son rojos **y** no son Cuadrados; simbólicamente:

$$\text{no } P \wedge \text{no } Q$$

¿Que se puede concluir de **no** (P $\vee$ Q) y de **no** P $\wedge$ **no** Q ?

2. Dentro de un cordel, seleccionemos los bloques que **no** cumplan la Propiedad de ser rojos **y** cuadrados; Simbólicamente:

$$\text{No } (P \wedge Q)$$

Seleccionemos Ahora, los bloques que no son rojos **ó** no son Cuadrados; simbólicamente:

$$\text{no } P \vee \text{no } Q$$

¿Que se puede concluir de $\text{no } (P \wedge Q)$ y de $\text{no } P \vee \text{no } Q$?

Las situaciones analizadas en los 2 numerales anteriores, son conocidas como LEYES DE MORGAN.

F 2: Utilicemos las proposiciones P, Q y R planteadas en este tema; sugerir Otras y discutir las siguientes leyes :

1. LEY CONMUTATIVA:

- a. $P \vee Q$ es Equivalente a $Q \vee P$
- b. $P \wedge Q$ es Equivalente a $Q \wedge P$

2. LEY ASOCIATIVA

- a. $P \vee (Q \vee R)$ es Equivalente a $(P \vee Q) \vee R$
- b. $P \wedge (Q \wedge R)$ es Equivalente a $(P \wedge Q) \wedge R$

3. LEY DISTRIBUTIVA:

- a. $P \wedge (Q \vee R)$ es Equivalente a $(P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$
- b. $P \vee (Q \wedge R)$ es Equivalente a $(P \vee Q) \wedge (P \vee R)$

4. LEY DEL CONTRARRECIPROCO:

$P \Rightarrow Q$ es Equivalente a: $\text{no } Q \Rightarrow \text{no } P$

A5

Analiza de nuevo las situaciones planteadas en A2 ; para ello simboliza adecuadamente las proposiciones presentes y determina de nuevo la validez de cada una de las situaciones, utilizando las reglas recreadas.

UNIVERSIDAD COOPERATIVA DE COLOMBIA
PENSAMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO
MODULO I I : EL RAZONAMIENTO LÓGICO Y LAS DEMOSTRACIONES.

BIBLIOGRAFIA

GUARÍN V Hugo. Introducción al Simbolismo Lógico. U de A. 1987

JARAMAGOO A. Alberto y Otros. Modelos de razonamiento lógico matemático implementados en situaciones problema, en algunos temas de la matemática. 2.001

VILLELLA, José. Sugerencias para la clase de matemáticas. Aique. Grupo Editor S.A. Buenos Aires, 1996.

CIBERGRAFIA:

Teoria de conjuntos.

wmatem.eis.uva.es/~matpag/CONTENIDOS/Conjuntos/marco_conjuntos.

Fundamentos de lógica y teoria de conjuntos.

Manual de la Universidad de Antioquia, publicado con licencia Creative Commons. docencia.udea.edu.co/cen/logica/

ENLACES.matematica recreativa.

www.juntadeandalucia.es/averroes/~41010629/r_ed_matererecre.

UNIVERSIDAD COOPERATIVA DE COLOMBIA

PENSAMIENTO LÓGICO MATEMÁTICO

MODULO I: LOS BLOQUES LÓGICOS , LA LÓGICA Y LA TEORÍA DE CONJUNTOS

GLOSARIO

Adjunción Lógica: Regla que consiste en unir dos o más proposiciones por Medio del conector lógico V.

Animismo: Acción o efecto de atribuir características de vida y conciencia a Los objetos inanimados.

Artificialismo: Se consideran las cosas como producto de la creación Humana. Se cree que los objetos del mundo han sido fabricados por el hombre.

Axioma: Proposición admitida como cierta.

Bivalencia: Propiedad de una proposición que puede ser falsa o verdadera.

Conectores lógicos:

Conectores u operadores lógicos son aquellos que se Utilizan para conectar o unir proposiciones; existen 4 Conectores básicos a saber:

AND: $\wedge$; OR : $\vee$; Condicional.: $\Rightarrow$;
Bicondicional : $\Leftrightarrow$.

Contradicción: Proposición siempre falsa.

Preconceptos: los preconceptos son constituidos por los conceptos Primitivos

Proposiciones

Una proposición o enunciado, es una oración que puede ser falsa o verdadera, pero no ambas al mismo tiempo

Razonamiento Transductivo:

Razonamiento egocéntrico donde se carece de una toma de conciencia frente al actuar con razón.

Realismo: Capacidad de explicar los fenómenos y causas del Universo circundante.

Reversibilidad : Es uno de los rasgos definitivos de una operación. Hay dos tipos:

Reversibilidad por inversión o negación. Supone llevar a cabo una acción contraria a la que se acaba deshacer.

Reversibilidad por reciprocidad o compensación. Este rasgo existe para toda operación recíproca que es totalmente distinta de la primera, por que anula compensa los efectos de esta

Silogismo: Transitividad en un conjunto de proposiciones.

Sincretismo: Razonamiento no deductivo que pasa directamente por un Acto intuitivo de una premisa a las conclusiones

Semiótica: Ciencia que se ocupa del estudio de los signos.

Tautología: Proposición verdadera, en cualquier caso.

Teorema: Formula o Proposición que figura dentro de una demostración.

Yuxtaposición: Encadenamiento de elementos, proposiciones, juicios, opiniones o explicaciones sin una relación lógica entre ellos.